

Oefentamen Speciale Relativiteitstheorie

Maandag 2 maart 2009

Totaal aantal mogelijke punten: 36

**Bewerk iedere opgave op een apart vel papier en noteer
Naam en Studentnummer op ieder vel!**

1. Drie Soorten Tijd (9 punten)

Een ster beweegt zich in een cirkelvormige baan rondom een zwart gat met een snelheid $v = 2/5$. De straal van de baan is $R = 10/\pi$ lichtseconden. We beschouwen als inertiaal referentie stelsel een stilstaand stelsel S waarvan de oorsprong samenvalt met het zwarte gat. Gebeurtenis A is de gebeurtenis waarbij de ster het ruimte-tijd punt passeert met coördinaten $x_A = 0, y_A = 10/\pi, t_A = 0$ in het S systeem. Gebeurtenis B wordt gekarakteriseerd door de eerstvolgende passage van de ster door het ten opzichte van A diametraal tegenoverliggende punt met de ruimtelijke coördinaten $x_B = 0, y_B = -10/\pi$ in het S systeem.

- Bereken het coördinaten tijdinterval Δt tussen de gebeurtenissen A en B zoals waargenomen in het stilstaande stelsel S.
- Bereken het ruimte-tijd interval Δs tussen de gebeurtenissen A en B zoals waargenomen in het stilstaande stelsel S.
- Bereken het eigentijd (=proper time) interval $\Delta \tau$ tussen de gebeurtenissen A en B zoals gemeten met een klok die zich op de ster bevindt.

2. Een Snelle Trein (9 punten)

Er rijdt een nieuwe trein van Amsterdam naar Moskou (een afstand van 3000 km). Volgens een advertentie rijdt deze trein met zo'n grote (constante) snelheid dat de klok van een passagier voor de reis Amsterdam-Moskou slechts de helft van de tijd registreert die gesynchroniseerde klokken op de stations in Amsterdam en Moskou registreren.

- Wat is de afstand tussen Moskou en Amsterdam in micro seconden?
- Als de advertentie juist is wat is dan het coördinaten tijdsverschil dat de twee gesynchroniseerde klokken op de stations in Amsterdam en Moskou registreren?

- c) Wat is de snelheid van de trein?

3. Ruimteverkeer (9 punten)

Een ruimteschip B achtervolgt een ruimteschip A. Beide ruimteschepen hebben dezelfde snelheid $\beta = +0,6$ in de positieve x -richting ten opzichte van een waarnemer die in rust is t.o.v. de vaste sterren. De onderlinge afstand, gemeten in het stelsel S' van deze ruimteschepen, bedraagt 2000 s.

Het coördinatenstelsel van de waarnemer wordt aangeduid met S ; het coördinatenstelsel waarin de ruimteschepen in rust zijn wordt aangeduid met S' . Op $t = t' = 0$ passeren de oorsprongen van deze coördinatenstelsels elkaar.

Op $t = 0$ vertrekt vanuit ruimteschip B een shuttle in de richting van ruimteschip A (gebeurtenis P). Gelijktijdig (in het stelsel S' van de ruimteschepen) vertrekt vanuit A een shuttle in de richting van B (gebeurtenis Q).

De waarnemer W bepaalt de snelheid van de shuttles. Hij/zij vindt $v_B = 0,8$ voor de shuttle die vanuit B is vertrokken en $v_A = -0,2$ voor de shuttle die vanuit A is vertrokken.

- Teken een twee-waarnemer-diagram (inclusief de calibratie van de assen) op het bijgevoegde grafiekpapier.
- Geef in het twee-waarnemer-diagram de gebeurtenis R aan waar de shuttles elkaar passeren in S . Lees uit het diagram het tijdstip t_R en de plaats x_R van de gebeurtenis R af. Lees ook de tijdstip en plaats van dezelfde gebeurtenis R in S' af.
- Bepaal m.b.v. het twee-waarnemer-diagram het tijdstip t_Q en de plaats x_Q van de gebeurtenis Q waarop de shuttle vanuit A vertrekt volgens de waarnemer W. Controleer het resultaat m.b.v. de Lorentz transformaties.

4. Vervalproces van Relativistische Deeltjes (9 punten)

Neem aan dat een bepaald radioactief deeltje vervalt met een halve-waarde-tijd van $2 \mu\text{s}$, d.w.z. als er op tijdstip $t = 0$ een aantal N deeltjes zijn, dan zijn er op $t = 2 \mu\text{s}$ nog $N/2$ deeltjes. Neem nu aan dat we m.b.v. een versneller een bundel van deze radioactieve deeltjes produceren die – in het laboratoriumstelsel – met een snelheid van $v = 0,866$ beweegt. Deze bundel passeert een detector A die het aantal deeltjes telt dat per seconde voorbij vliegt. Op 2,08 km stroomafwaarts staat een tweede detector B die weer het aantal van per seconde voorbijvliegende deeltjes telt.

- a) Neem als gebeurtenis A het passeren van een deeltje door detector A , en gebeurtenis B het passeren van hetzelfde deeltje door detector B . Hoeveel tijd verstrijkt er volgens een waarnemer in het laboratorium tussen gebeurtenissen A en B ?
- b) Hoeveel tijd verstrijkt er volgens de relativiteitstheorie tussen A en B , als die tijd met een deeltjes-interne klok wordt gemeten? Als de relativiteitstheorie klopt, welke fractie van de deeltjes die A gepasseerd hebben zal overleven tot detector B ?
- c) Welke fractie van de deeltjes zou overleven als – volgens het Newtoniaanse tijdsconcept – de deeltjes-intern gemeten tijd identiek zou zijn aan de in het laboratorium gemeten tijd?